A SIMPLE ALGEBRAIC MODEL FOR FEW-NUCLEON SYSTEMS IN THE PRESENCE OF NON-ABELIAN SUPERSELECTION RULES

M.I. Kirillov, A.S. Nikitin, A.S. Sitdikov

Formulation of a simple algebraic model with isospin superselection rules is given. The model is approved on a two-nucleon system and it is shown that physically realizable states, corresponding to the bound states of two nucleons, can be obtained with a special isometric operator.

Keywords: Cuntz algebra, tensor monoidal C^*-category, dibaryon system, isospin, superselection rules.

УДК 517.95

О СХОДИМОСТИ КУСОЧНО-ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЯ МИНИМАЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

А.А. Клячин[1], А.Г. Панченко[2]

1 *klyachin-aa@yandex.ru*; Волгоградский государственный университет
2 *alice1051@ya.ru*; Волгоградский государственный университет

В статье рассматривается понятие кусочно-квадратичного приближенного решения уравнения минимальной поверхности, заданного над триангулированной областью. Изучается вопрос об аппроксимации функционала площади в данном классе поверхностей и сходимость таких решений при стремлении к нулю мелкости треугольной сетки. В частности, доказана равномерная сходимость кусочно-квадратичных решений и указана оценка скорости этой сходимости через шаг сетки h.

Ключевые слова: кусочно-квадратичная функция, площадь поверхности, аппроксимация функционала, триангуляция, минимальная поверхность.

Пусть задана многоугольная ограниченная область $\Omega \subset \mathbf{R}^2$. Рассмотрим некоторое разбиение этого многоугольника на невырожденные треугольники $T_1, T_2, ..., T_N$. Пусть $M_1, M_2, ..., M_m$ – все вершины этих треугольников. Будем предполагать, что ни одна из точек M_i не является внутренней точкой ни одной из сторон треугольников. Для построения кусочно-квадратичной функции добавим в имеющийся набор вершин $M_1, M_2, ..., M_m$ все середины сторон треугольников $T_1, T_2, ..., T_N$.Полученное множество точек обозначим через $M_1, M_2, ..., M_m, M_{m+1}, ..., M_r$. Для произвольного набора чисел $u_1, u_2, ..., u_m, u_{m+1}, ..., u_r$ определим кусочно-квадратичную функцию $u : \Omega \mapsto \mathbf{R}$ так, что $u(M_i) = u_i, i = 1, 2, ..., r$ и функция $u(x, y) = a^k_{11}x^2 + a^k_{12}xy + a^k_{22}y^2 + a^k_{10}x + a^k_{01}y + a^k_{00}$ на каждом треугольнике T_k, $k = 1, ..., N$. Данная функция будет непрерывной в Ω, и в каждом треугольнике T_k определен ее градиент ∇u. Поэтому площадь графика функции u вычисляется суммой

$$S(u) = \sum_{k=1}^{N} \iint_{T_k} \sqrt{1 + |\nabla u|^2} dxdy.$$

Обозначим через Q^r_0 подпространство пространства $\mathbf{R}^r$ таких векторов $u = (u_1, u_2, ..., u_r)$, для которых $u_i = 0$, если $M_i \in \partial\Omega$. Отметим, что в этом случае соответствующая кусочно-квадратичная функция принимает нулевые значения на границе области $\partial\Omega$.

Поставим задачу нахождения такого вектора $u^* \in Q_0^r$, на котором достигается минимум площади $S(u+\varphi)$, т. е. задачу

$$\sum_{k=1}^{N} \iint_{T_k} \sqrt{1+|\nabla(u+\varphi)|^2}\,dxdy \mapsto \min, u \in Q_0^r, \tag{1}$$

где $\varphi \in C(\overline{\Omega})$. Мы утверждаем, что задача (1) имеет единственное решение u^*.

Пусть $f(x) \in C^3(\Omega) \cap C(\bar{\Omega})$. Аппроксимируем данную функцию кусочно-квадратичной функцией $f^Q(x,y)$ такой, что $f^Q(M_i) = f(M_i)$, $i = 1,\dots,r$. Предположим, что на Ω задано решение f уравнения минимальной поверхности

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{f_x}{\sqrt{1+|\nabla f|^2}}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{f_y}{\sqrt{1+|\nabla f|^2}}\right) = 0, \quad f \in C^3(\overline{\Omega}),$$

такое что $f|_{\partial\Omega} = \varphi|_{\partial\Omega}$. Так же как в работе [1] была получена следующая оценка градиента приближенного решения

$$|\nabla u^*(x)| \le C(P_0, \alpha),$$

где $P_0 = \max\{\sup\limits_{\Omega} |\nabla f|, \sup\limits_{\Omega} |\nabla\varphi|\}$ и

$$\alpha = \frac{S(f^Q) - S(f)}{\min\limits_k v(T_k)}.$$

С помощью этой оценки градиента кусочно-квадратичного решения, нами установлено следующее утверждение.

Теорема 1. *Пусть $f(x) \in C^3(\Omega) \cap C(\bar{\Omega})$ – решение уравнения минимальной поверхности, $f|_{\partial\Omega} = \varphi|_{\partial\Omega}$, и u^* – кусочно-квадратичная функция, являющаяся решением задачи (1). Предположим, что $P_0 = \sup\limits_{\Omega} |\nabla f| < +\infty$ и $P_1 = \sup\limits_{\Omega} |\nabla u^*|$. Тогда*

$$\max_{\Omega} |f^Q - (u^* + \varphi)| \le 4P^{4/3} \left(\frac{S(f^Q) - S(u^* + \varphi)}{\lambda(\Omega)\pi}\right)^{\frac{1}{4}},$$

где $P = \max\{1, P_0, P_1\}$ и $\lambda(\Omega)$ – основная частота области Ω.

Для выведения основного результата предположим, что имеется последовательность триангуляций $T_q = \{T_k^q\}_{k=1}^{N_q}$ и $h_q = \max\limits_{1 \le k \le N_q} diam(T^q) \to 0$ при $q \to \infty$. Обозначим через θ_q минимальный угол треугольников триангуляции T^q. И будем предполагать, что θ_q не стремится к нулю при $q \to \infty$. Обозначим через u_q^* соответствующее кусочно-квадратичное решение уравнения минимальной поверхности. Тогда справедлива

Теорема 2. *Последовательность u_q^* сходится равномерно к f на Ω при $q \to \infty$. При этом*

$$\sup_{\Omega} |f(x,y) - u_q^*(x,y)| = O(h_q^{3/4}).$$

Отметим, что аналогичная теорема была доказана для кусочно-линейных решений в работе [2] с оценкой погрешности $O(h^{1/4})$.

Литература

1. Клячин А. А. *Приближение минимальных поверхностей кусочно-полиномиальными функциями* // Записки семинара «Сверхмедленные процессы». – 2009. – Т. 6. – С. 198-206.

2. Клячин А. А., Гацунаев М. А. *О равномерной сходимости кусочно-линейных решений уравнения минимальной поверхности* // Уфимский математический журнал. – 2014. – Т. 6. – № 3. — С. 3-16.

ON CONVERGENCE OF PIECEWISE POLYNOMIAL SOLUTIONS
OF THE MINIMAL SURFACE EQUATION

A.A. Klyachin, A.G. Panchenko

The concept of a piecewise-quadratic approximate solution of the minimal surface equation, defined over a triangulated domain, is considered. We study the problem of approximating the area functional in a given class of surfaces and the convergence of such solutions, as the fineness of the triangular grid tends to zero. In particular, the uniform convergence of piecewise-quadratic solutions is proved and the estimate of the rate of that convergence in terms of the step of the h grid is indicated.

Keywords: piecewise quadratic function, area of a surface, the approximation of functional, triangulation, minimal surface.

УДК 519.642

ЭФФЕКТ КЛАСТЕРИЗАЦИИ СТАЦИОНАРНЫХ ТОЧЕК ФУНКЦИОНАЛА НЕВЯЗКИ В УСЛОВНО–КОРРЕКТНЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ

М.Ю. Кокурин[1]

1 *kokurinm@yandex.ru*; Марийский государственный университет

Устанавливается, что стационарные точки конечномерного функционала невязки условно корректной обратной задачи, имеющей гельдерову оценку модуля непрерывности обратного оператора, располагаются вблизи искомого решения обратной задачи.

Ключевые слова: гильбертово пространство, обратные задачи, условно корректные задачи, дифференцируемый оператор.

В работе рассматриваются нелинейные обратные задачи, моделируемые операторными уравнениями

$$F(u) = f, \ u \in D, \tag{1}$$

где $F : H_1 \to H_2$ — оператор прямой задачи, предполагаемый инъективным и дифференцируемым по Фреше на множестве $D \subset H_1$; H_1, H_2 — гильбертовы пространства. В приложениях множество D определяет априорные ограничения на искомый